Tema 1: Revisión de Prolog

José A. Alonso Jiménez
Miguel A. Gutiérrez Naranjo

Dpto. de Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial
Universidad de Sevilla

Historia

- **350 a.n.e.: Grecia clásica (Aristóteles,...)**
- **1930: Edad de oro de la lógica (Gödel)**
- **1960: Demostración automática de teoremas**
- **1965: Resolución y unificación (Robinson)**
- **1969: QA3, obtención de respuesta (Green)**
- **1972: Implementación de Prolog (Colmerauer)**
- **1974: Programación lógica (Kowalski)**
- **1977: Prolog de Edimburgo (Warren)**
- **1981: Proyecto japonés de Quinta Generación**
- **1986: Programación lógica con restricciones**
- **1995: Estándar ISO de Prolog**

Un ejemplo simple: divisibilidad

- **Problema: Escribir un programa para declarar que 2 divide a 6 y utilizarlo para responder a las siguientes cuestiones:**
  - **¿2 divide a 6?.**
  - **¿3 divide a 12?.**
  - **¿Cuáles son los múltiplos de 2?.**
  - **¿Cuáles son los divisores de 6?.**
  - **¿Cuáles son los elementos X e Y tales que X divide a Y?.**

- **Programa:** `divisibilidad-1.pl`

```
divide(2,6).
```

- **Sesión**

```
?- divide(2,6).
Yes
?- divide(3,12).
No
?- divide(2,X).
X = 6
Yes
?- divide(X,Y).
X=2
Y=6
Yes
```

Ampliación del programa

- **Problema: Ampliar el programa anterior, añadiéndole que 2 divide a 12 y que 3 divide a 6 y a 12 y utilizarlo para responder a las siguientes cuestiones:**
  - **¿Cuáles son los elementos X e Y tales que X divide a Y?**
  - **¿Cuáles son los múltiplos de 2 y de 3?**
- **Programa:** `divisibilidad-2.pl`

```
divide(2,6).
divide(2,12).
divide(3,6).
divide(3,12).
```

- **Sesión**

```
?- divide(X,Y).
X = 2   Y = 6 ;
X = 2   Y = 12 ;
X = 3   Y = 6 ;
X = 3   Y = 12 ;
No
?- divide(2,X), divide(3,X).
X = 6 ;
X = 12 ;
No
```

Reglas

- **Problema: Ampliar el programa anterior añadiéndole que los números divisibles por 2 y por 3 son divisibles por 6 y utilizarlo para responder a las siguientes cuestiones:**
  - **¿Cuáles son los múltiplos de 6?**
  - **¿Cuáles son los elementos X e Y tales que X divide a Y?**
- **Programa:** `divisibilidad-3.pl`

```
divide(2,6).
divide(2,12).
divide(3,6).
divide(3,12).
divide(6,X) :-
   divide(2,X),
   divide(3,X).
```

- **Interpretación de cláusulas**
  - **Cláusula:**
    `divide(6,X) :- divide(2,X), divide(3,X).`
  - **Fórmula:**
    $(\forall X)[divide(2, X) \wedge divide(3, X) \rightarrow divide(6, X)]$
  - **Interpretación declarativa**
  - **Interpretación procedimental**

Reglas

- **Sesión**

```
?- divide(6,X).
X = 6 ;
X = 12 ;
No
?- divide(X,Y).
X = 2  Y = 6 ;
X = 2  Y = 12 ;
X = 3  Y = 6 ;
X = 3  Y = 12 ;
X = 6  Y = 6 ;
X = 6  Y = 12 ;
No
```

Resolución en lógica proposicional

- **Programa:** `leche.pl`

```
es_leche :-
   parece_leche,
   lo_da_la_vaca.
parece_leche :-
   es_blanco,
   hay_una_vaca_en_la_etiqueta.
lo_da_la_vaca.
es_blanco.
hay_una_vaca_en_la_etiqueta.
```

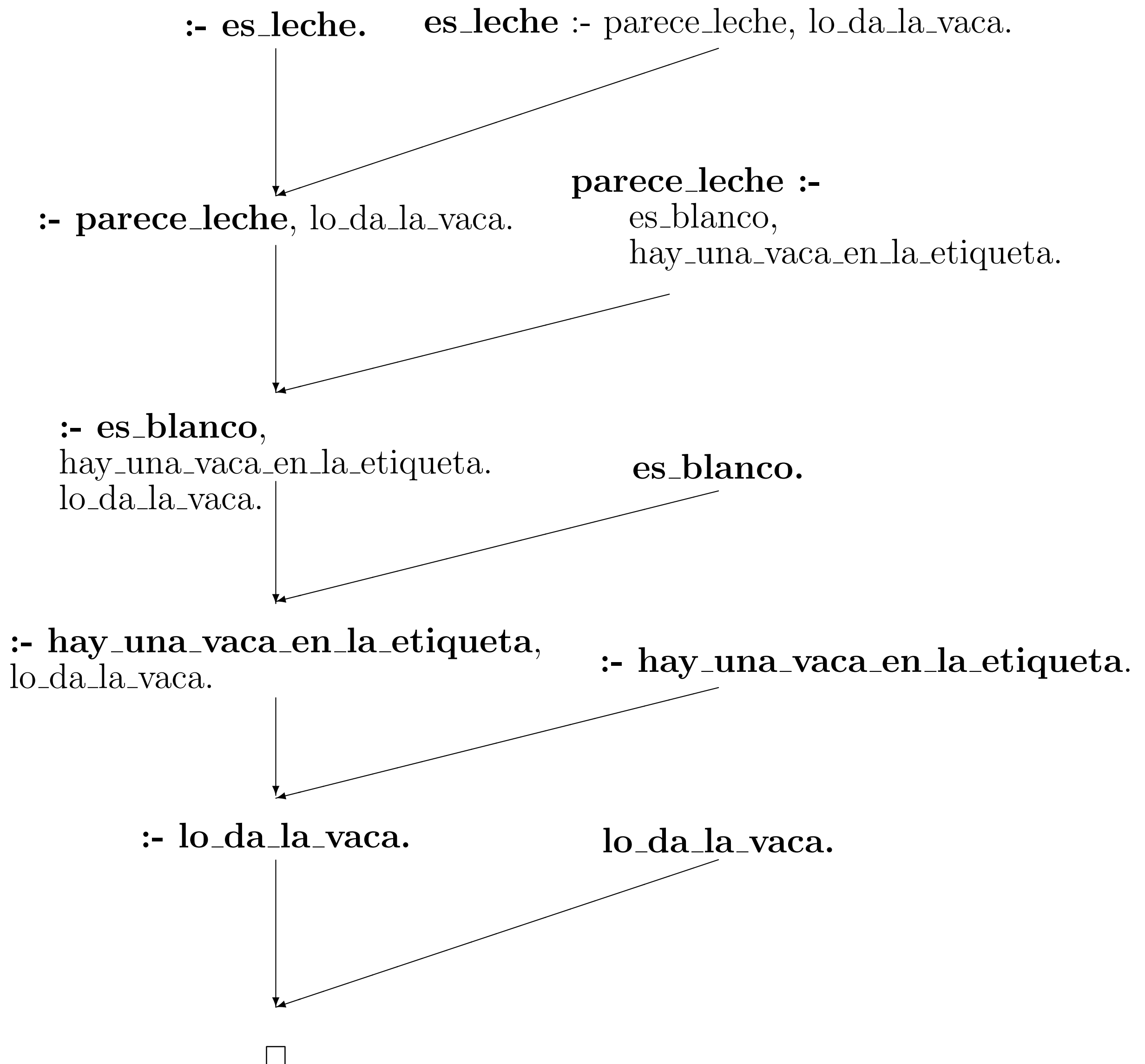
- **Sesión**

```
?- es_leche.
yes
```

- **Traza**

```
(1) 0 CALL es_leche?
(2) 1 CALL parece_leche?
(3) 2 CALL es_blanco?
(3) 2 EXIT es_blanco
(4) 2 CALL hay_una_vaca_en_la_etiqueta?
(4) 2 EXIT hay_una_vaca_en_la_etiqueta
(2) 1 EXIT parece_leche
(5) 1 CALL lo_da_la_vaca?
(5) 1 EXIT lo_da_la_vaca
(1) 0 EXIT es_leche
```

Demostración SLD



- **SLD:**
  - **S: regla de Selección**
  - **L: resolución Lineal**
  - **D: cláusulas Definidas**

Traza

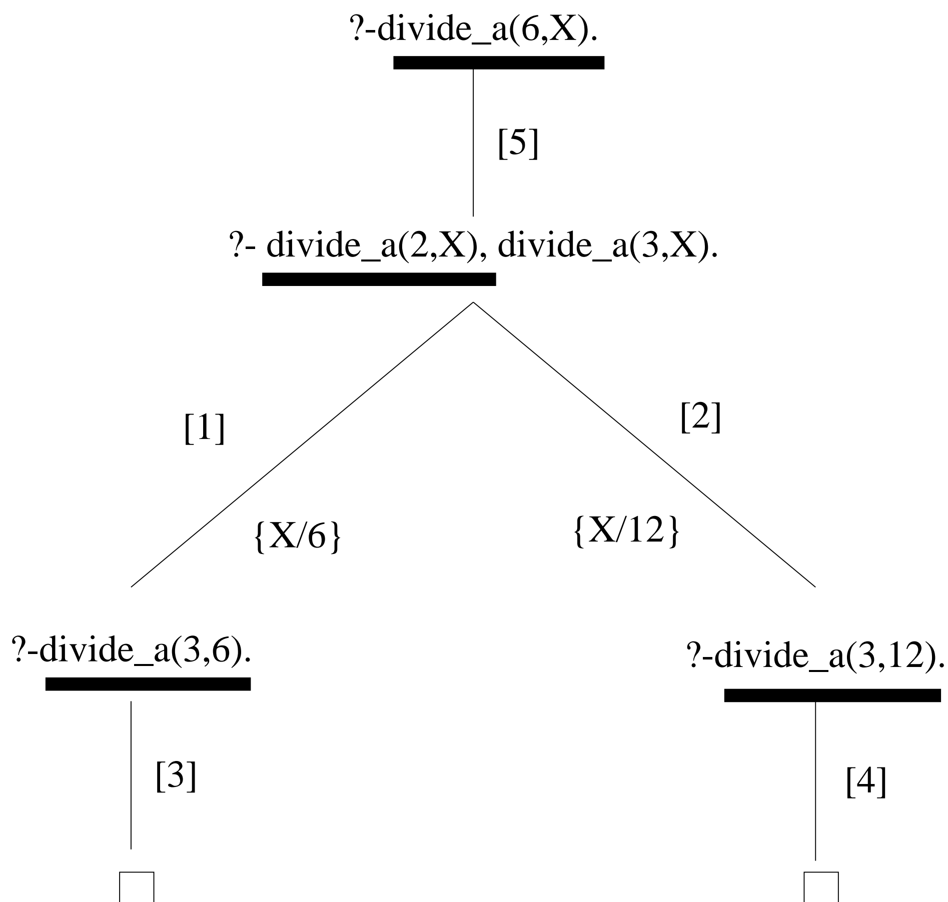
- **Problema: Utilizar el programa anterior para calcular los divisores de 6 con el dispositivo trace y construir el árbol de deducción.**

```
?- trace(divide).
        divide/2: call redo exit fail

Yes
?- divide(6,X).
T Call:  (  7) divide(6, _G260)
T Call:  (  8) divide(2, _G260)
T Exit:  (  8) divide(2, 6)
T Call:  (  8) divide(3, 6)
T Exit:  (  8) divide(3, 6)
T Exit:  (  7) divide(6, 6)
X = 6 ;
T Redo:  (  8) divide(3, 6)
T Fail:  (  8) divide(3, 6)
T Redo:  (  8) divide(2, _G260)
T Exit:  (  8) divide(2, 12)
T Call:  (  8) divide(3, 12)
T Exit:  (  8) divide(3, 12)
T Exit:  (  7) divide(6, 12)
X = 12 ;
No
```

Traza

- **Arbol de resolución SLD**

```
[1]     divide(2,6).
[2]     divide(2,12).
[3]     divide(3,6).
[4]     divide(3,12).
[5]     divide(6,X) :-
           divide(2,X),
           divide(3,X).
```



Reglas recursivas: `naturales.pl`

- **Problema: Los números naturales se forman a partir del cero y la función sucesor. De forma más precisa:**
  *** El 0 es un número natural**
  *** Si n es un número natural, s(n) también lo es**
  Escribir un programa para decidir si una expresión es un número natural y utilizarlo para responder a las siguientes cuestiones:
  - **¿Es s(s(0)) un número natural?**
  - **¿Es 2 un número natural?**
  - **¿Cuáles son los números naturales?**
- **Programa:** `naturales.pl`

```
nat(0).
nat(s(X)) :-
   nat(X).
```

Reglas recursivas: `naturales.pl`

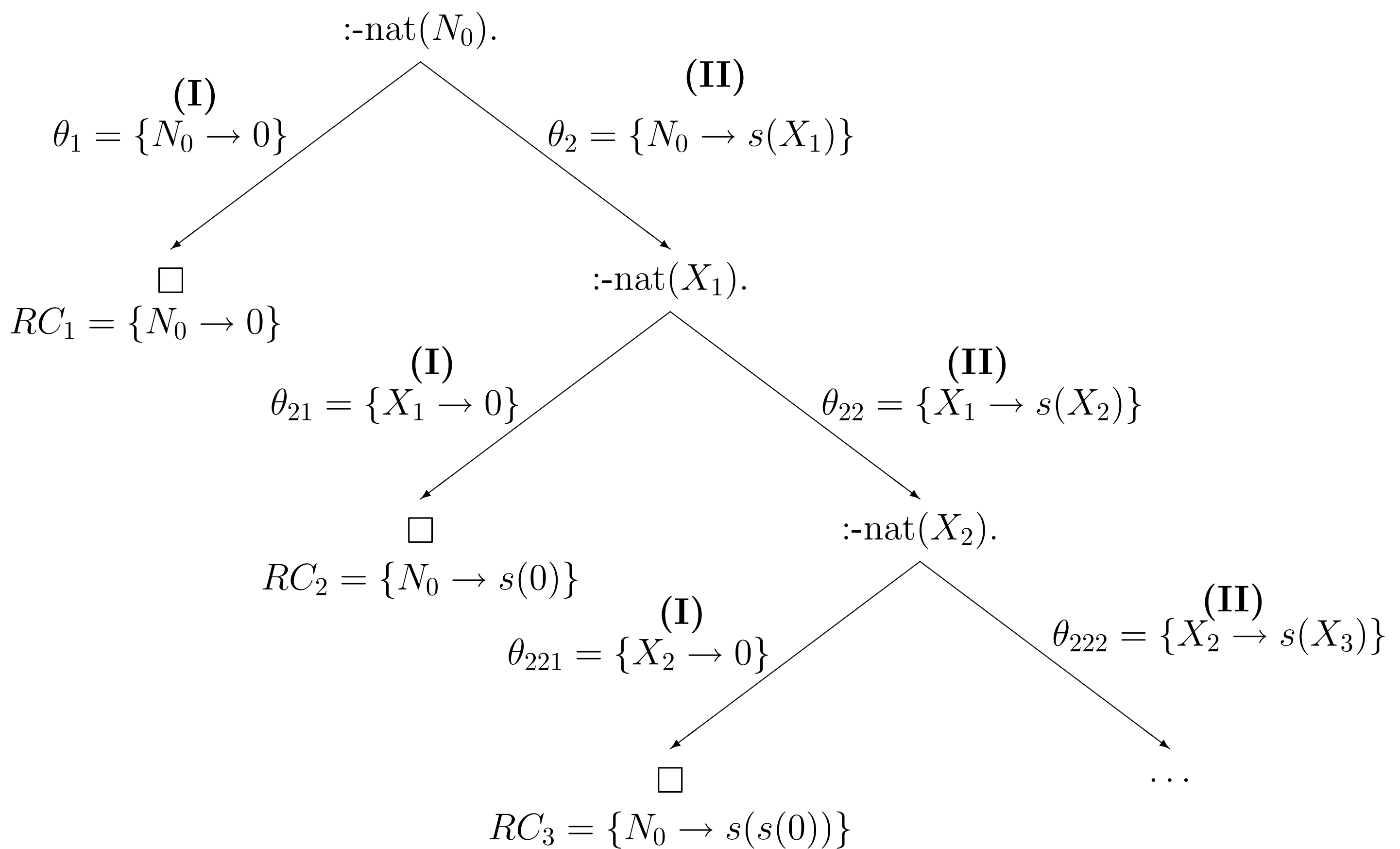
- **Sesión**

```
?- nat(s(s(0))).
Yes
?- nat(dos).
No
?- nat(X).
X = 0 ;
X = s(0) ;
X = s(s(0)) ;
X = s(s(s(0))) ;
X = s(s(s(s(0))))
Yes
```

Reglas recursivas: `naturales.pl`

- **Arbol de resolución SLD**

```
(I)  nat(0).
(II) nat(s(X)):-nat(X).
```



Reglas recursivas: `suma.pl`

- **Problema: Definir el predicado `suma(X,Y,X)` de forma que si `X` e `Y` son dos números naturales con la representación del programa `naturales.pl`, entonces `Z` es el resultado de sumar `X` e `Y`. Por ejemplo,**

  `suma(s(0),s(s(0)),X) => X=s(s(s(0)))`

  Utilizarlo para responder a las siguientes cuestiones:
  - ¿Cuál es la suma de `s(0)` y `s(s(0))`?
  - ¿Cuál es la resta de `s(s(s(0)))` y `s(0)`
  - ¿Cuáles son las soluciones de la ecuación `X + Y = s(s(0))`?
- **Programa: `suma.pl`**

```
suma(0,X,X).
suma(s(X),Y,s(Z)) :- suma(X,Y,Z).
```

Reglas recursivas: `suma.pl`

- **Sesión**

```
?- suma(s(0),s(s(0)),X).
X = s(s(s(0)))
Yes
?- suma(X,s(0),s(s(s(0)))).
X = s(s(0))
Yes
?- suma(X,Y,s(s(0))).
X = 0
Y = s(s(0)) ;
X = s(0)
Y = s(0) ;
X = s(s(0))
Y = 0 ;
No
```

Representación de listas

- **Símbolos:**
  - **Una constante:** `[]`
  - **Un símbolo de función binario:** .
- **Ejemplos de listas (notación de términos)**
  - `[]`
  - **.(a,[])**
  - **.(1,.(2,.(3,.(4,[]))))**
  - **.([],[])**
- **Ejemplos de listas (notación reducida)**
  - **[]**
  - **[a]**
  - **[1,2,3,4]**
  - **[[]]**

Representación de listas

- **El predicado `display`**

```
?- display([]).
[]
Yes
?- display([a]).
.(a, [])
Yes
?- display([1,2,3,4]).
.(1, .(2, .(3, .(4, []))))
Yes
?- display([[]]).
.([], [])
Yes
```

- **El predicado de unificación: `=`**

```
?- X = .(a,.(1,[])).
X = [a, 1]
Yes
?- .(X,Y) = [1].
X = 1
Y = []
Yes
?- .(X,Y) = [a,b,c].
X = a
Y = [b, c]
Yes
?- .(X,.(2,.(Z,[]))) = [1,Y,3].
X = 1
Z = 3
Y = 2
Yes
```

Unificación con listas

- **¿Son unificables las siguientes listas?**

  - `[X|Y]` y `[1,2,3]`

```
?- [X|Y] = [1,2,3].
X = 1
Y = [2, 3]
Yes
```

  - `[X,Y|Z]` y `[1,2,3]`

```
?- [X,Y|Z] = [1,2,3].
X = 1
Y = 2
Z = [3]
Yes
```

  - `[X,Y]` y `[1,2,3]`

```
?- [X,Y] = [1,2,3].
No
```

  - `[X,Y|Z]` y `[1,2]`

```
?- [X,Y|Z] = [1,2].
X = 1
Y = 2
Z = []
Yes
```

Unificación con listas

- [X,a,b|[]] y [[b,L],a|L]

```
?- [X,a,b|[]] = [[b,L],a|L].
X = [b, [b]]
L = [b]
Yes
```

- [X,Y,Z] y [Y,Z,X]

```
?- [X,Y,Z] = [Y,Z,X].
X = _G171
Y = _G171
Z = _G171
Yes
```

- [X,Y,Z] y [Y,Z|[]]

```
?- [X,Y,Z] = [Y,Z|[]].
No
```

- p([X|R],h(X,[a|[R|L]])) y p([a],h(a,[L]))

```
?- p([X|R],h(X,[a|[R|L]])) = p([a],h(a,[L])).
No
```

- X y f(X)

```
?- X = f(X).
Action (h for help) ? a
abort
Execution Aborted
```

Operaciones con listas

- **Problema: Primer elemento y resto de una lista**
  - `primero(L,X)` **se verifica si** `X` **es el primer elemento de la lista** `L`
  - `resto(L,X)` **se verifica si** `X` **es el resto de la lista** `L`
  - **Ejemplo**

```
primero([a,b,c],X) => X=a
resto(([a,b,c],X) => X=[b,c]
```

  - **Programa** `listas-1.pl`

```
primero([X|L],X).
resto([X|L],L).
```

  - **Sesión**

```
?- primero([a,b,c],X).
X = a
Yes
?- primero([X,b,c],a).
X = a
Yes
?- primero([X,Y],a).
X = a
Y = _G286
Yes
?- primero(X,a).
X = [a|_G353]
?- resto([a,b,c],L).
L = [b, c]
?- resto([a|L],[b,c]).
L = [b, c]
```

Operaciones con listas

- **Añadir un elemento a una lista**
  - `cons(X,L1,L2)` **see verifica si** `L2` **es la lista obtenida añadiéndole** `X`**, como primer elemento, a la lista** `L1`
  - **Ejemplo**

```
cons(a,[b,c],L2) =>  L2 = [a,b,c]
```

  - **Programa** `cons.pl`

```
cons(X,L1,[X|L1]).
```

  - **Sesión**

```
?- cons(a,[b,c],L).
L = [a, b, c]
?- cons(X,L,[a,b,c]).
X = a
L = [b, c] ;
```

Operaciones con listas

- **Concatenación de listas**
  - `conc(L1,L2,L3)` **se verifica si** `L3` **es la lista obtenida escribiendo los elementos de** `L2` **a continuación de los elementos de** `L1`**.**
  - **Ejemplo**

```
conc([a,b],[c,d].L3) =>, L3 = [a,b,c,d]
```

  - **Programa** `conc.pl`

```
conc([],L,L).
conc([X|L1],L2,[X|L3]) :-
   conc(L1,L2,L3).
```

  - **Esquema**

Operaciones con listas

- ¿Cuál es el resultado de concatenar las listas `[a,b]` y `[c,d,e]`?

```
?- conc([a,b],[c,d,e],L).
L = [a, b, c, d, e] ;
No
```

- ¿Qué lista hay que añadirle al lista `[a,b]` para obtener `[a,b,c,d]`?.

```
?- conc([a,b],L,[a,b,c,d]).
L = [c, d] ;
No
```

- ¿Qué dos listas hay que concatenar para obtener `[a,b]`?.

```
?- conc(L1,L2,[a,b]).
L1 = []
L2 = [a, b] ;
L1 = [a]
L2 = [b] ;
L1 = [a, b]
L2 = [] ;
No
```

Operaciones con listas

- **¿Pertenece `b` a la lista `[a,b,c]`?**

```
?- conc(L1,[b|L2],[a,b,c]).
L1 = [a]
L2 = [c] ;
No
?- conc(_,[b|_],[a,b,c]).
Yes
```

- **¿Es `[b,c]` una sublista de `[a,b,c,d]`?**

```
?- conc(_,[b,c|_],[a,b,c,d]).
Yes
```

- **¿Es `[b,d]` una sublista de `[a,b,c,d]`?**

```
?- conc(_,[b,d|_],[a,b,c,d]).
No
```

- **¿Cuál es el último elemento de `[b,a,c,d]`?.**

```
?- conc(_,[X],[b,a,c,d]).
X = d ;
No
```

- **Predicado predefinido:** `append(L1,L2,L3)`

Aritmética

• Operadores prefijos e infijos

- `(a + b) * (5 / c)`

```
?- display((a + b) * (5 / c)).
*(+(a, b), /(5, c))
Yes
```

- `a + b * 5 / c`

```
?- display(a + b * 5 / c).
+(a, /(*(b, 5), c))
Yes
```

• Precedencia y tipo de operadores predefinidos:

```
+-------------+------+-------------+
| Precedencia | Tipo | Operadores  |
+-------------+------+-------------+
|  500        | yfx  | +, -        |
|  500        |  fx  | -           |
|  400        | yfx  | *, /        |
|  200        | xfy  | ^           |
+-------------+------+-------------+
```

- `fx`, `fy`: **Prefijo**
- `xfx`: **Infijo no asociativo**
- `yfx`: **Infijo asocia por la izquierda**
- `xfy`: **Infijo asocia por la derecha**
- `xf`, `yf`: **Postfijo**

Aritmética

- **Análisis de expresiones con operadores**

```
?- display(2+3+4).
+(+(2, 3), 4)
Yes

?- display(2+3*4).
+(2, *(3, 4))
Yes

?- display((2+3)*4).
*(+(2, 3), 4)
Yes

?- display(2^3^4).
^(2, ^(3, 4))
Yes
```

Predicados aritméticos

- **Evaluador:** `is`
- **Predicados aritméticos:**

Precedencia	Tipo	Operadores
700	xfx	<, =<, >, >=, =:=, =\=

- **Ejemplos**

```
?- X is 2+3^3.
X = 29
Yes
?- 29 is X+3^3.
[WARNING: Arguments are not sufficiently instantiated]
?- X = 2+3^3.
X = 2+3^3
Yes
?- 2+3^Y = 2+3^3.
Y = 3
Yes
?- 3 =< 5.
Yes
?- 3 > X.
[WARNING: Arguments are not sufficiently instantiated]
?- 2+5 = 10-3.
No
?- 2+5 =:= 10-3.
Yes
?- 2+5 =\= 10-3.
No
?- 2+5 =\= 10^3.
Yes
```

Máximo

- **Máximo de dos números**
  - `maximo(X,Y,Z)` **se verifica si** `Z` **es el máximo de los números** `X` **e** `Y`**.**
  - **Ejemplo**

```
maximo(3,5,Z) => Z=5
```

  - **Programa:** `maximo.pl`

```
maximo(X,Y,X) :-
   X >= Y.
maximo(X,Y,Y) :-
   X < Y.
```

  - **Sesión**

```
?- maximo(2,3,X).
X = 3 ;
No
?- maximo(3,2,X).
X = 3 ;
No
```

Factorial

- **Factorial de un número**
  - `factorial(X,Y)` **se verifica si** `Y` **es el factorial de** `X`
  - **Programa:** `factorial.pl`

```
factorial(1,1).
factorial(X,Y) :-
   X > 1,
   X1 is X - 1,
   factorial(X1,Y1),
   Y is X * Y1.
```

  - **Sesión**

```
?- factorial(4,Y).
Y = 24
Yes
```

  - **Cálculo de** `factorial(4,Y)`

```
X = 4
X1 is X-1 => X1 = 3
factorial(X1,Y1) => Y1 = 6
Y is X*Y1 => Y = 24
```

Fibonacci

- **Sucesión de Fibonacci**
  - **La sucesión de Fibonacci es**
    `0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, ...`
    y está definida por
    `f(0) = 0`
    `f(1) = 1`
    `f(n) = f(n-1)+f(n-2),  si  n > 1`
  - `fibonacci(N,X)` **se verifica si** `X` **es el** `N`**–ésimo término de la sucesión de Fibonacci.**
  - **Programa:** `fibonacci.pl`

```
fibonacci(0,0).
fibonacci(1,1).
fibonacci(N,X) :-
   N > 1,
   N1 is N-1,
   fibonacci(N1,X1),
   N2 is N-2,
   fibonacci(N2,X2),
   X is X1+X2.
```

  - **Sesión**

```
?- fibonacci(6,X).
X = 8
Yes
```

Longitud

- **Longitud de una lista**
  - `longitud(L,N)` **se verifica si** `N` **es la longitud de la lista** `L`
  - **Ejemplos**

```
longitud([],N)         =>  N = 0
longitud([a,b,c],N)    =>  N = 3
longitud([a,[b,c]],N)  =>  N = 2
```

  - **Programa:** `longitud.pl`

```
longitud([],0).
longitud([_X|L],N) :-
   N is M + 1.
```

  - **Sesión**

```
?- longitud([a,b,c],N).
N = 3
Yes
```

  - **Predicado predefinido:** `length(L,N)`

Máximo de una lista

- **Máximo de una lista**
  - `max_list(L,N)` **se verifica si** `N` **es el máximo de los elementos de la lista de números** `L`
  - **Sesión**

```
?- max_list([1,3,9,5],X).
X = 9
Yes
```

  - **Programa:** `max_list.pl`

```
max_list([X],X).
max_list([X,Y|L],Z) :-
   max_list([Y|L],U),
   maximo(X,U,Z).
maximo(X,Y,X) :-
   X >= Y.
maximo(X,Y,Y) :-
   X < Y.
```

Entre

- **Intervalo entero**
  - `entre(N1,N2,X)` **que se verifica si** `X` **es mayor o igual que** `N1` **y menor o igual que** `N2`**.**
  - **Sesión**

```
?- entre(2,5,X).
X = 2 ;
X = 3 ;
X = 4 ;
X = 5 ;
No
?- entre(2,1,X).
No
```

  - **Programa:** `entre.pl`

```
entre(N1,N2,N1) :-
   N1 =< N2.
entre(N1,N2,X) :-
   N1 < N2,
   N3 is N1 + 1,
   entre(N3,N2,X).
```

  - **Predicado predefinido:** `between(N1,N2,X)`

Operadores

- **Operadores definidos por el ususario**
  - `pedro come pan ==> come(pedro,pan)`
  - `juan tiene discos ==> tiene(juan,discos)`
- **Definición de operadores (directiva `op`)**

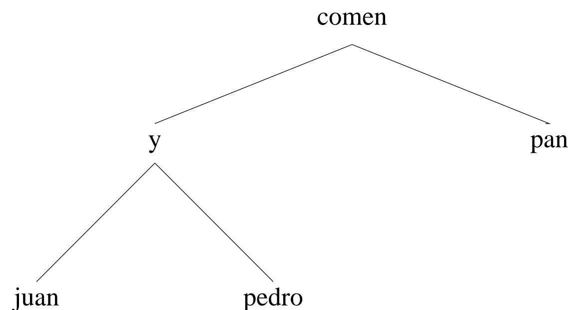
```
:- op(600,xfx,come).
```

- **Precedencia: Entre 1 y 1200**

Operadores

- **Estructura de arbol**

  `Juan y Pedro comen pan`



- **Sin operadores:**

```
comen(y(juan,pedro),pan).
```

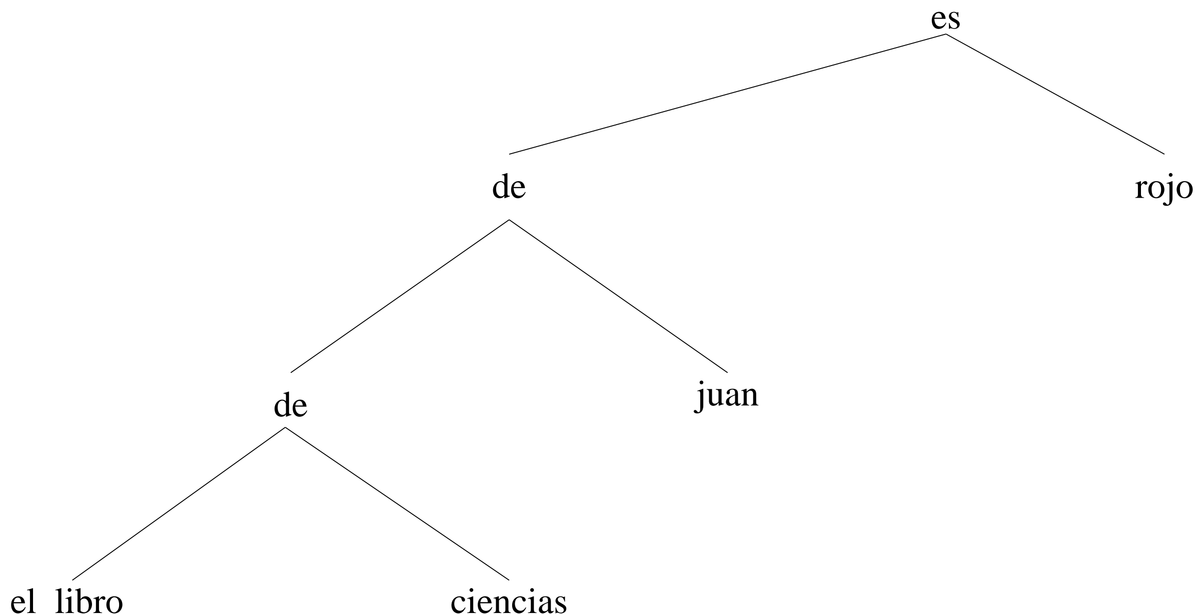
- **Con operadores:**

```
:-op(800,xfx,comen).
:-op(400,xfx,y).
juan y pedro comen pan.

?- display(juan y pedro comen pan).
comen(y(juan, pedro), pan)
Yes

?- Quienes comen pan.
Quienes = juan y pedro ;
No
?- Alguien y pedro comen pan.
Alguien = juan ;
No
?- juan y pedro comen Algo.
Algo = pan ;
No
```

Operadores

- **Precedencia entre argumentos**
  - **La precedencia de un término simple es cero**
  - **La precedencia de un término compuesto es la del símbolo de función principal y cero si no está predefinido**
- `x` **e** `y`
  - `x` **representa un argumento cuya precedencia es estrictamente menor que la del operador**
  - `y` **representa un argumento cuya precedencia es menor o igual que la del operador**
- **Ejemplo:**

  `El libro de ciencias de Juan es rojo`



Operadores

- **Programa**

```
:-op(800,xfx,es).
:-op(400,yfx,de).
el_libro de ciencias de juan es rojo.

?- display(el_libro de ciencias de juan es rojo).
es(de(de(el_libro, ciencias), juan), rojo)
Yes

?- display(X es rojo).
es(_G177, rojo)
X = _G177
Yes

?- X es rojo.
X = el_libro de ciencias de juan
Yes
```

Operadores

```
?- display(X de Y es rojo).
es(de(X, Y), rojo)
Yes

?- display(el_libro de ciencias de juan es rojo).
es(de(de(el_libro, ciencias), juan), rojo)
Yes

?- X de Y es rojo.
X = el_libro de ciencias
Y = juan
Yes

?- display(el_libro de X es rojo).
es(de(el_libro, X), rojo)
Yes

?- el_libro de X es rojo.
No
```

Bibliografía

- Bratko, I. *Prolog Programming for Artificial Intelligence (2nd ed.)* (Addison–Wesley, 1990)
  - Cap. 1: "An overview of Prolog"
  - Cap. 2: "Syntax y meaning of Prolog programs"
  - Cap. 3: "Lists, operators, arithmetic"
- Clocksin, W.F. y Mellish, C.S. *Programming in Prolog (Fourth Edition)* (Springer Verlag, 1994)
  - Cap. 1: "Tutorial introduction"
  - Cap. 2: "A closer look"
- Flach, P. *Simply Logical (Intelligent Reasoning by Example)* (John Wiley, 1994)
  - Cap. 1: "A brief introduction to clausal logic".
- Shapiro, S.C. *Encyclopedia of Artificial Intelligence* (John Wiley, 1990)
  - "Logic programming" (por R.A. Kowalski y C.J. Hogger)

Bibliografía

- **Van Le, T.** ***Techniques of Prolog Programming*** **(John Wiley, 1993)**
  - **Cap. 1: "Introduction to Prolog".**
  - **Cap. 2: "Declarative Prolog programming"**